

柏努利方程式

理想流体在管内的机械能衡算式

不可压缩流体理想流体柏努利方程式

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const}$$

对气体，若两截面间压差很小，如 $p_1 - p_2 \leq 0.2p_1$ ，密度 ρ 变化也很小，此时柏努利方程式仍适用。计算时密度取两截面的平均值。

Bernoulli equation 的物理意义

单位**质量**流体能量守恒方程式

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2}$$

位能、静压能及动能均属于机械能，三者之和称为总机械能或总能量。这三种形式的能量可以相互转换，但总能量不会改变。

单位**重量**流体能量守恒方程式

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

位压头、静压头、速度压头及总压头 **【米】**

实际流体的柏努力方程

实际流体机械能恒算

①粘性流体产生管截面上的速度分布

引入平均动能

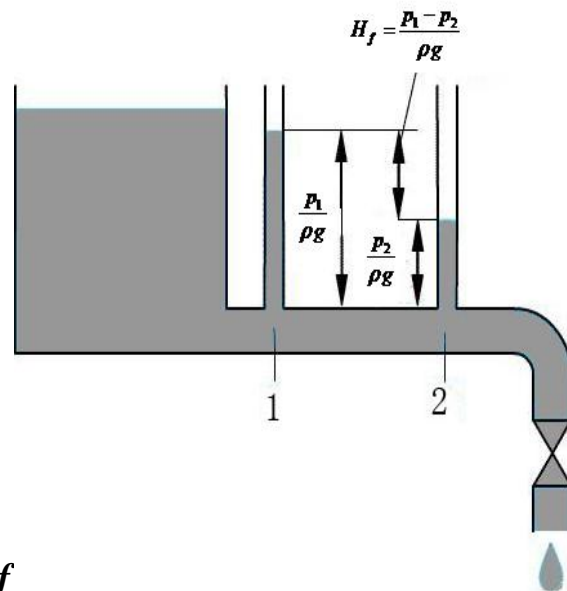
②内摩擦产生阻力损失

能量损失和外加机械能

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + H = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + \Sigma H_f$$

ΣH_f 为压头损失， H 为外加压头，单位均为 m

只有当截面1处总压头大于截面2处总压头时，流体才能克服流动内摩擦阻力到达截面2



实际流体的柏努力方程

外加机械能

$$H = (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \Sigma H_f$$

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + W = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + \Sigma h_f$$

$$g\Sigma H_f = \Sigma h_f$$

$$W = gH$$

实际流体的Bernoulli equation

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + W = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + \Sigma h_f$$

各项单位：J/kg

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + H = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + \Sigma H_f$$

各项单位：m

Bernoulli Equation应用举例

例1-8 动能与位能的相互转换

有效功率： 流体从泵实际获得的有效功

$$N_e = q_m W \quad \text{J/s}$$

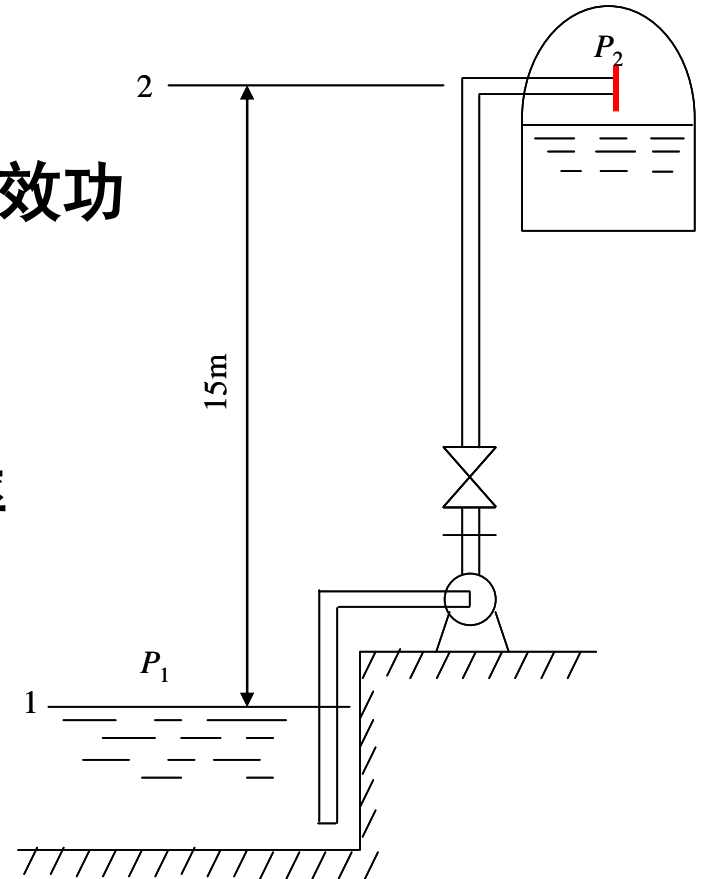
轴功率或输出功率： 泵提供的功率

$$N_a \quad \text{J/s}$$

泵的效率：

$$\eta = N_e / N_a$$

电功率→轴功率→有效功率



应用柏努利方程式需要注意下列事项

- **选取截面：**选择两个截面，确定衡算系统的范围
 - 两截面之间的流体必须连续、定态、满流。
 - 截面常取在输送系统的起点和终点的相应截面，因为起点和终点的已知条件多，且包含待求量。
 - 截面均应与流动方向相垂直。

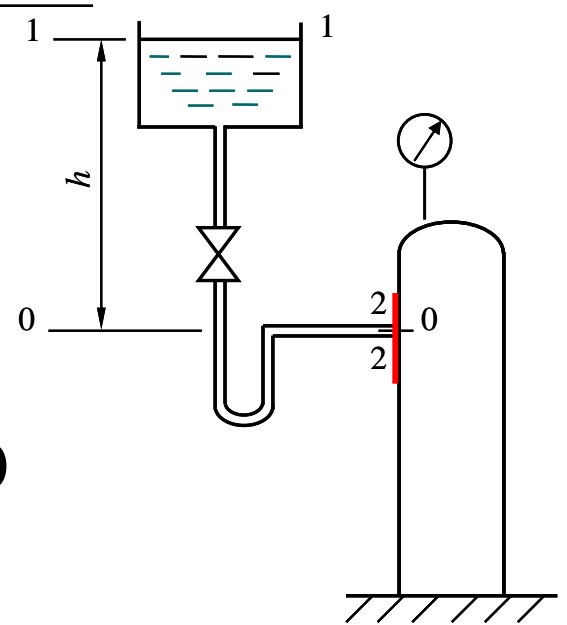
- **确定基准面：**基准面是用以衡量位能大小的基准
 - 通常取所选定的截面之中较低的一个水平面为基准。
 - 当所选截面与基准水平面不平行时，则所选截面的高度应取所选截面的中心点到基准面的垂直距离。

- **压力：**等式两边的压力 p_1 与 p_2 同时使用表压或绝对压力，不能混合使用，即同一压力基准。

Bernoulli Equation应用举例

例1-9 位能与动能的相互转换

高位槽的面积远远大于管截面，
故高位槽截面的流速远远小于流
体在管内的流速，可忽略不计，即 $u_1=0$



本题计算结果表明，动压头数值很小，位压头主要用于克服精馏塔内压力和流体的内摩擦阻力。