

理论板数的计算

对符合恒摩尔流假设的双组分精馏过程，以操作线方程和相平衡关系为依据，用逐板计算法和图解法确定 N 。

逐板计算法

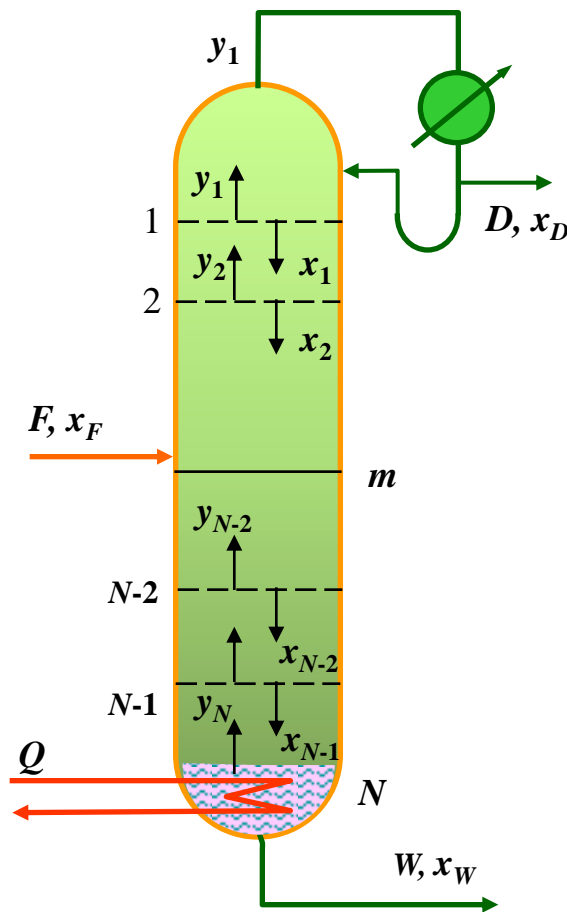
$$y_n = K_n x_n$$

$$y_{n+1} = \frac{R}{R+1} x_n + \frac{x_D}{R+1}$$

$$y_{m+1} = \frac{L'}{V'} x_m - \frac{Wx_W}{V'}$$

$$y = \frac{q}{q-1} x - \frac{x_F}{q-1}$$

用逐板计算法计算理论塔板数，结果准确，且同时求得各板的汽液相组成



逐板计算法

对塔顶全凝器： $y_1 = x_D$

对第一层理论板： $y_1 = K_1 x_1$

第一与第二层之间的气液相浓度满足操作关系：
$$y_2 = \frac{R}{R+1} x_1 + \frac{x_D}{R+1}$$

对第二层理论板： $y_2 = K_2 x_2$

第二与第三层之间的气液相浓度满足操作关系：
$$y_3 = \frac{R}{R+1} x_2 + \frac{x_D}{R+1}$$

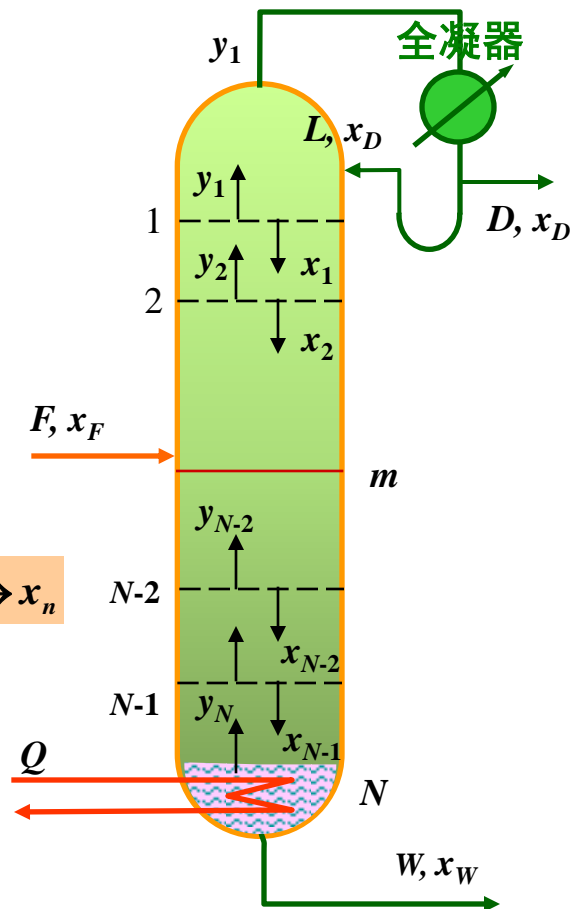
.....直至 $x_n \leq x_q$ ，换操作线方程

$x_D = y_1 \xrightarrow{\text{相平衡}} x_1 \xrightarrow{\text{操作线}} y_2 \xrightarrow{\text{相平衡}} x_2 \xrightarrow{\text{操作线}} y_2 \longrightarrow \dots \longrightarrow x_n$

$$y_m = \frac{L'}{V'} x_{m-1} - \frac{Wx_W}{V'} \quad y_m = K_m x_m$$

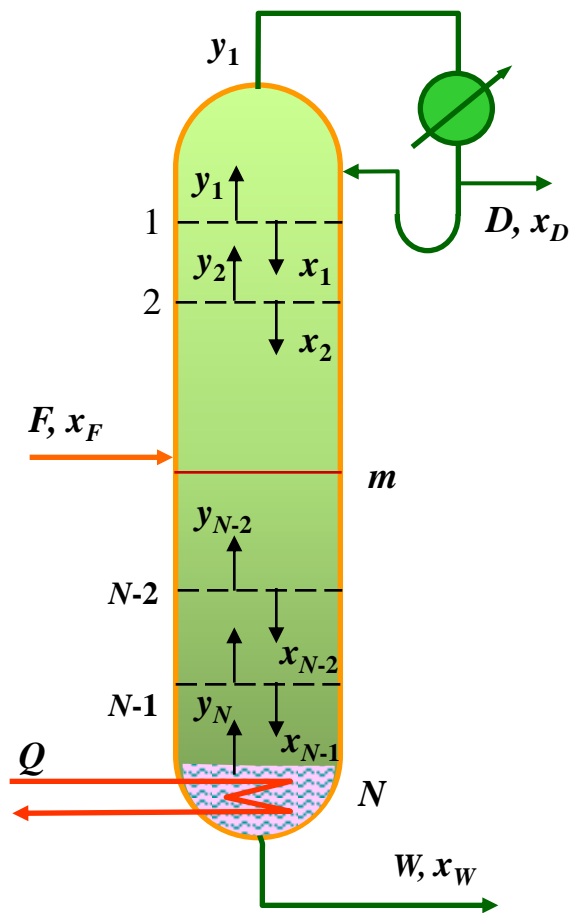
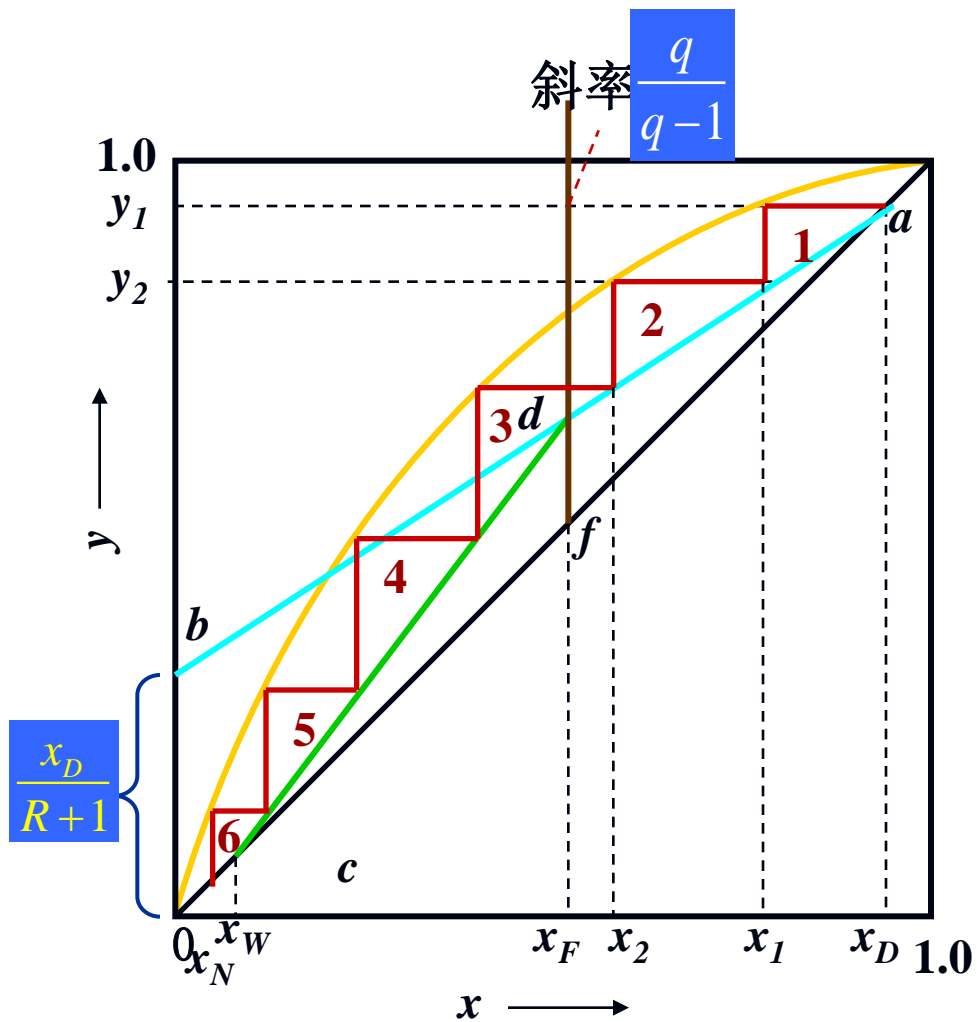
.....直至 $x_N \leq x_w$

$x_n \xrightarrow{\text{操作线}} y_{n+1} \xrightarrow{\text{相平衡}} x_{n+1} \xrightarrow{\text{操作线}} y_{n+2} \xrightarrow{\text{相平衡}} x_{n+2} \xrightarrow{\text{操作线}} y_{n+3} \longrightarrow \dots \longrightarrow x_N$



图解法

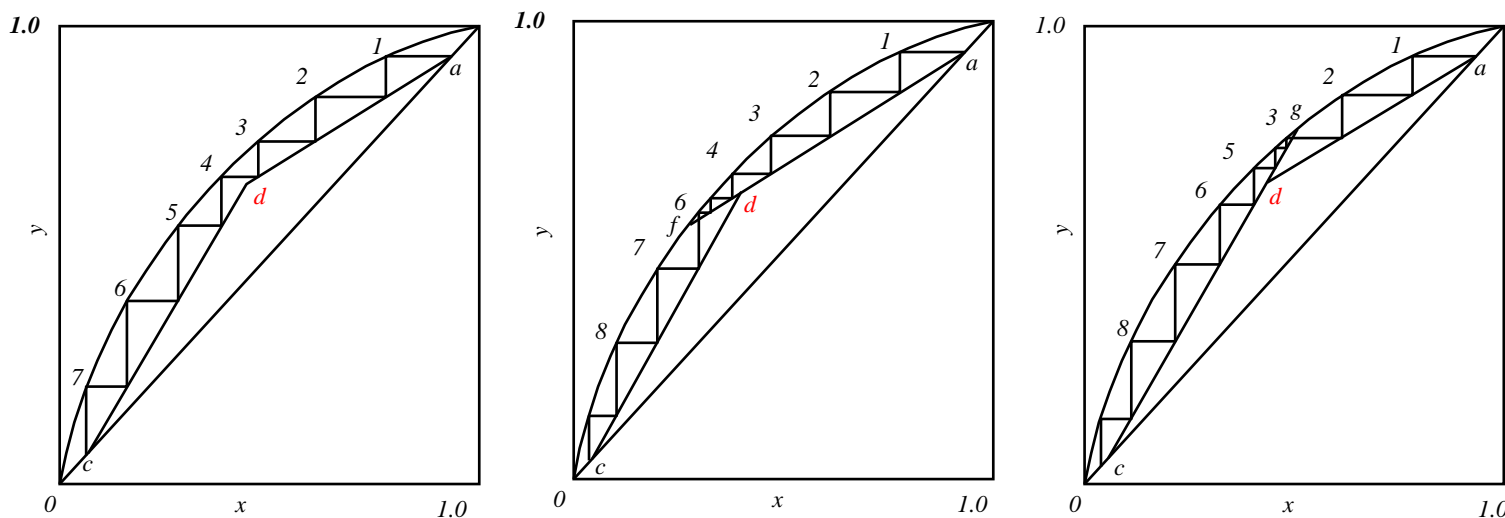
与逐板法的基本原理一致，在 x - y 相图上，用平衡曲线和操作线代替平衡方程和操作方程，用简便的图解法代替繁杂的计算。



适宜加料位置

图解法求理论板数时，操作线的更换以某梯级跨过两操作线交点来判断。

将跨过交点的梯级定为加料板，板上汽、液组成与进料组成最为相近，对一定分离任务，作图所得的梯级最少。



适宜的加料位置

最适宜的加料位置是板上汽、液组成与进料组成最接近处。

【例8-5】用常压连续精馏塔分离苯-甲苯混合物。已知进料液流量为80kmol/h,料液中苯含量为0.40 (摩尔分数,下同),泡点进料,塔顶馏出液含苯0.90,要求苯回收率不低于90%。塔顶为全凝器,回流比为2。操作条件下,物系的相对挥发度为2.47。试分别用逐板法和图解法计算所需的理论板数。

逐板计算法

根据苯的回收率计算塔顶产品流量

$$D = \frac{\eta F x_F}{x_D} = \frac{0.9 \times 80 \times 0.4}{0.9} = 32 \text{ kmol/h} \quad \text{则} \quad W = F - D = 80 - 32 = 48 \text{ kmol/h}$$

$$x_W = \frac{F x_F - D x_D}{W} = \frac{80 \times 0.4 - 32 \times 0.9}{48} = 0.0667$$

已知 $R=2$, 所以精馏段操作线方程为

$$y_{n+1} = \frac{R}{R+1} x_n + \frac{1}{R+1} x_D = \frac{2}{2+1} x_n + \frac{0.9}{2+1} = 0.667 x_n + 0.3 \quad (\text{a})$$

提馏段上升蒸汽量

$$V' = V - (1-q)F = V = (R+1)D = (2+1) \times 32 = 96 \text{ kmol/h}$$

下降液体量

$$L' = L + qF = RD + qF = 2 \times 32 + 80 = 144 \text{ kmol/h}$$

提馏段操作线方程

$$y_{m+1} = \frac{L'}{V'} x_m - \frac{Wx_w}{V'} = \frac{144}{96} x_m - \frac{48 \times 0.0667}{96} = 1.5x_m - 0.033 \quad (\text{b})$$

相平衡方程

$$x = \frac{y}{\alpha - (\alpha - 1)y} = \frac{y}{2.47 - 1.47y} \quad (\text{c})$$

联立方程(a),(b)及(c), 可自上而下逐板计算所需理论板数。对塔顶全凝器有

$$y_1 = x_D = 0.9 \xrightarrow{(\text{c})} x_1 = \frac{y_1}{2.47 - 1.47y_1} = \frac{0.9}{2.47 - 1.47 \times 0.9} = 0.785$$
$$x_2 \xleftarrow{(\text{c})} y_2 = 0.667x_1 + 0.3 = 0.667 \times 0.785 + 0.3 = 0.824 \xleftarrow{(\text{a})}$$

以此交替使用式 (a) 和 (c) 直到 $x_n \leq x_F$

泡点进料, $q=1$, 所以 $x_q = x_F$

然后改用提馏段操作线方程, 直到 $x_n \leq x_w$

计算结果见下表: $y_2 = 0.667x_1 + 0.3 = 0.667 \times 0.785 + 0.3 = 0.824$

板号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0.9	0.824	0.737	0.652	0.587	0.515	0.419	0.306	0.194	0.101
x	0.785	0.655	0.528	0.431	$0.365 < x_F$	0.301	0.226	0.151	0.089	$0.044 < x_W$

全塔理论塔板数为 $10-1=9$ 块，其中精馏段4块，提馏段5块；第5块为进料板，再沸器相当于1块理论板。

图解计算法

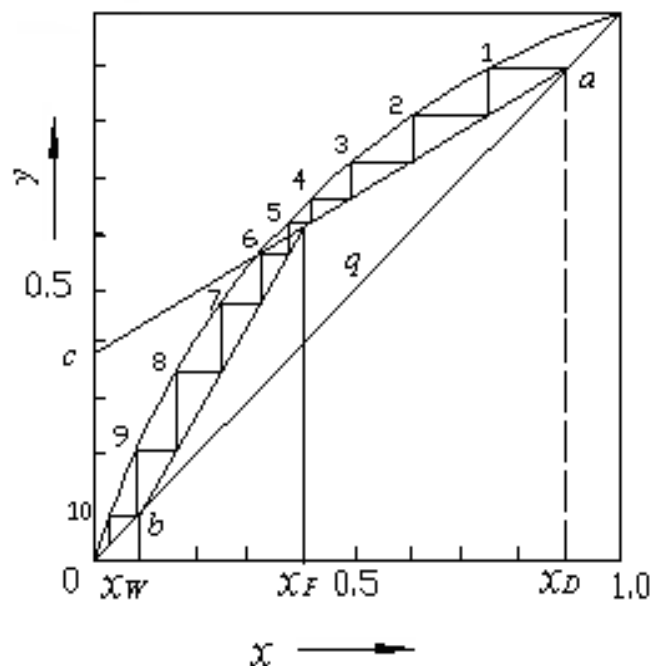
①由精馏段操作线方程式(a),找到点a(0.9,0.9)和c(0,0.3),连接ac即得到精馏段操作线。

②泡点进料，故 $x_q = x_F$,由 $x = x_F$ 做垂线,得q线；

③q线与精馏段操作线交于q点，连接点b(0.0667,0.0667)和点q即为提馏段操作线bq。

④从点a开始在平衡线与操作线之间绘直角阶梯，直到 $x_n \leq x_W$ ，注意跨越q点前后的操作线变换。

⑤数梯级。理论板数为10块，除去再沸器1块，塔内理论板数为9块，其中精馏段4块，提馏段5块；第5块为进料板，与逐板计算法结果一致。



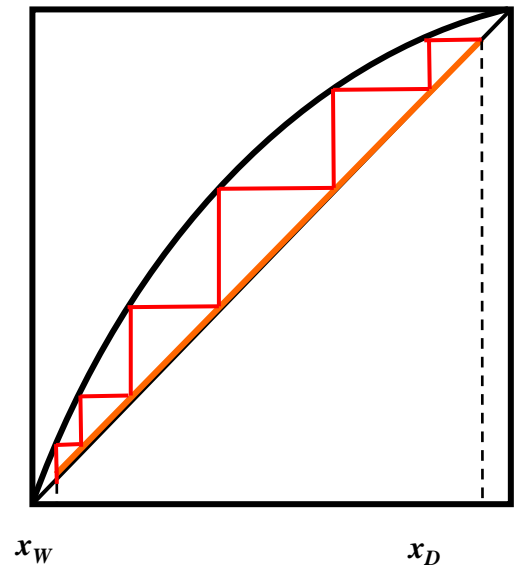
理论板数在全回流下最少！

全回流时没有进料和出料，两条操作线合二为一：

$$y_{n+1} = x_n \quad \text{-----对角线}$$

全回流操作只适用于精馏塔的开工、调试及实验研究。

全回流时操作线与平衡线的距离最远，达到相同的分离程度所需的理论板数最少，以 N_{min} 表示。



最小理论板数

全回流时的理论板数 N_{min} 可用逐板计算法或图解法求得。
对理想溶液，可由芬斯克 (Fenske) 方程直接计算得。

芬斯克 (Fenske) 方程

第 n 板汽液相平衡关系：
$$\left(\frac{y_A}{y_B}\right)_n = \alpha_n \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_n$$

全回流操作线： $y_{A,n+1} = x_{A,n}$, $y_{B,n+1} = x_{B,n}$ \rightarrow
$$\left(\frac{y_A}{y_B}\right)_{n+1} = \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_n$$

塔顶为全凝器时， $y_1 = x_D$
$$\left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$$

离开第 1 块板的汽液平衡为：
$$\left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \alpha_1 \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_1 = \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_D$$

$$\left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \alpha_1 \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_2 \rightarrow \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{x_A}{x_B}\right)_2 \rightarrow \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_1 = \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{y_A}{y_B}\right)_3$$

芬斯克 (Fenske) 方程

如此类推，可得第 $N+1$ 块板(再沸器)上液相组成为

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix}_W = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{N+1}} \begin{pmatrix} y_A \\ y_B \end{pmatrix}_1$$

即

$$\begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix}_W = \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_N \alpha_{N+1}} \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix}_D$$

式中 N 即为全回流时所需的最少理论板数 N_{min} 。

若取平均相对挥发度

$$\alpha = \sqrt[N+1]{\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{N+1}}$$



$$N_{min} = \frac{\lg \left[\begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix}_D / \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \end{pmatrix}_W \right]}{\lg \alpha} - 1$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_D \alpha_W}$$

双组分溶液
略去下标A、B

$$N_{min} = \frac{\lg \left[\left(\frac{x_D}{1-x_D} \right) \left(\frac{1-x_W}{x_W} \right) \right]}{\lg \alpha} - 1$$

芬斯克方程

理论板数的简捷算法

在精馏塔设计中，利用 R_{min} 和 N_{min} 估算所需的理论塔板数。

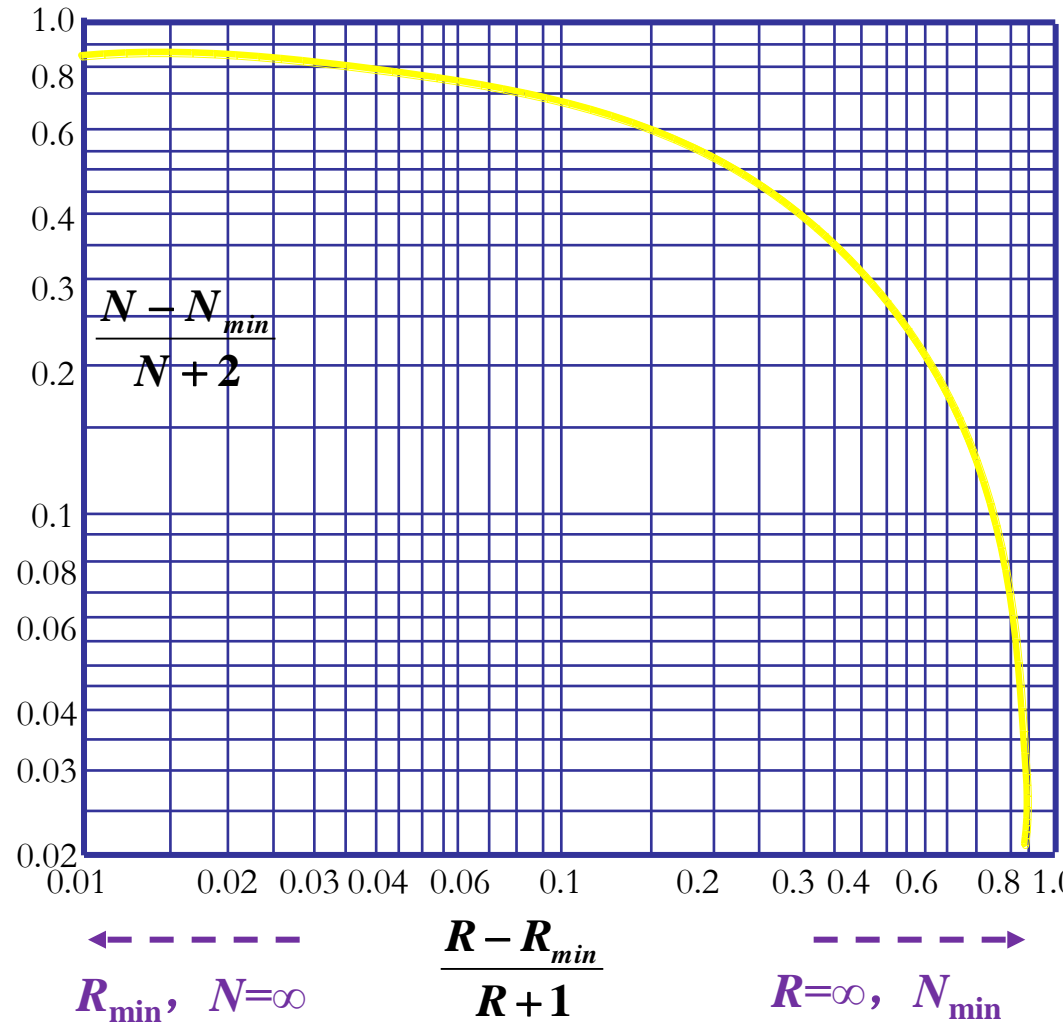
吉利兰 (Gilliland) 关联图

用8个物系，由逐板计算结果绘制。

精馏条件：

- 组分数目=2~11
- 进料热状态：五种
- $R_{min}=0.53\sim 7.0$
- $\alpha=1.26\sim 4.05$
- 理论板数=2.4~43.1

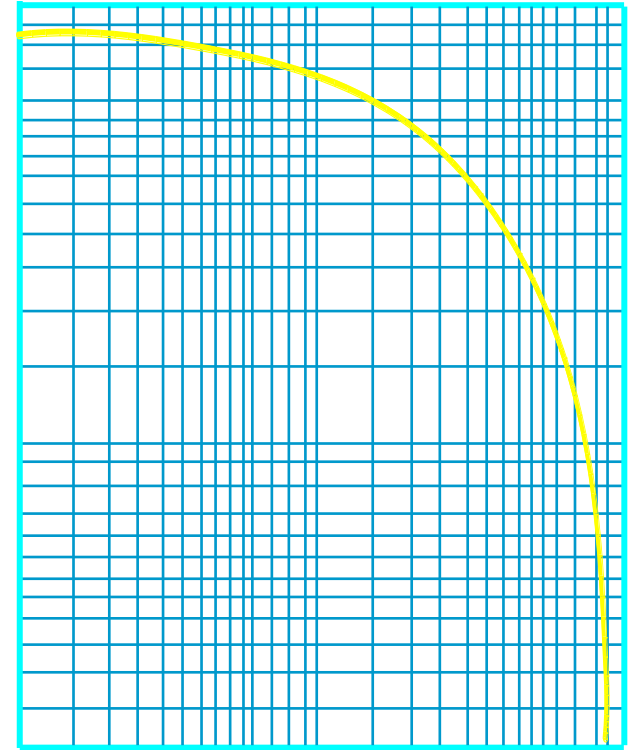
注意：使用该图计算时，条件应与上述条件相符。



简捷算法求理论板数的步骤

- ①根据物系性质及分离要求，求出 R_{min} ，并选择适宜的 R ；
- ②求 N_{min} 。对于接近理想物系的溶液，可用Fenske方程计算；
- ③计算出 $(R-R_{min})/(R+1)$ ，查吉利兰图得 $(N-N_{min})/(N+2)$ ，即可求得所需的 N ；
- ④确定加料位置。可把加料组成看成釜液组成求出理论板数，即为精馏段所需的理论板数，从而确定加料位置。

$$\frac{N - N_{min}}{N + 2}$$



$$\frac{R - R_{min}}{R + 1}$$

注意：上述计算中的 N 和 N_{min} 均不包括再沸器。

【例8-7】用连续精馏塔分离苯-甲苯混合物。已知 $x_F=0.501$ (摩尔分数,下同), $x_D=0.98$, $x_W=0.03$, $R=4$, 精馏段和全塔的平均相对挥发度分别为2.52和2.50。试用简捷法计算泡点进料时的理论板数和加料板的位置。

泡点进料, 最小回流比:
$$R_{min} = \frac{1}{\alpha - 1} \left[\frac{x_D}{x_F} - \frac{\alpha(1 - x_D)}{1 - x_F} \right] = \frac{1}{2.5 - 1} \left[\frac{0.98}{0.501} - \frac{2.5(1 - 0.98)}{1 - 0.501} \right] = 1.237$$

全塔理论板数

$$\frac{R - R_{min}}{R + 1} = \frac{4 - 1.237}{4 + 1} = 0.553 \xrightarrow{\text{吉利兰图}} \frac{N - N_{min}}{N + 2} = 0.24$$

其中

$$N_{min} = \frac{\lg \left[\left(\frac{x_D}{1 - x_D} \right) \left(\frac{1 - x_W}{x_W} \right) \right]}{\lg \alpha} - 1 = \frac{\lg \left[\left(\frac{0.98}{0.02} \right) \left(\frac{0.97}{0.03} \right) \right]}{\lg 2.50} - 1 = 7.041$$

所以 $\frac{N - 7.041}{N + 2} = 0.24$ 解得 $N=9.9$ (不含再沸器)

精馏段理论板数:用精馏段的 α_m 和料液组成代入芬斯克方程, 求得此段所需的最小理论板数, 即

$$N_{min1} = \frac{\lg \left[\left(\frac{x_D}{1 - x_D} \right) \left(\frac{1 - x_F}{x_F} \right) \right]}{\lg \alpha_1} - 1 = \frac{\lg \left[\left(\frac{0.98}{0.02} \right) \left(\frac{0.499}{0.501} \right) \right]}{\lg 2.52} - 1 = 3.206$$

所以 $\frac{N_1 - 3.206}{N_1 + 2} = 0.24$

解得 $N_1=4.85$ (不含进料板)。故加料板为第6层理论板 (从塔顶往下数)。